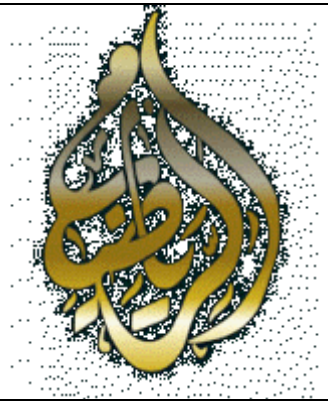
دادة	عنوان الدرس : إحداثيتا كل من النقطة والمتجهة المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي مدة الإنجاز : 10 ساعات من إعداد وتقديم : ذ. المصطفى ترشيش	

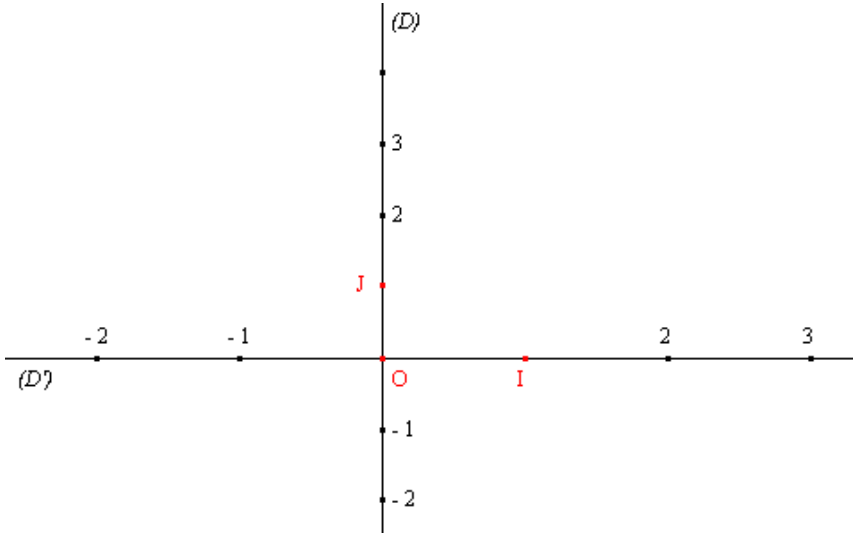
المكتسبات القبلية	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
المتجهات المعادلات مبرهنة فيتاغورس المستقيم المدرج	تحديد إحداثيتي متجهة. تحديد إحداثيتي منتصف قطعة. تحديد إحداثيتي مجموع متجهتين تحديد المسافة بين نقطتين معرفتين بإحداثيتيهما.	التذكير بأفصول وأرتوب نقطة و تثبيت المصطلحات ثم الاستعمال و التمثيل. ينبغي ربط إحداثيتا نقطة بإحداثيتي متجهة

سير الدرس (أنشطة تمهيدية) + المحتوى (ملخص الدرس)	تمارين تقويمية و منزلية
I إحداثيتا نقطة : 1) المعلم في المستوى: a) مثال :	تمرن1 نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم ممنظم متعامد $(O;I;J)$. 1) – أنشئ النقط : $A(-1;3)$ و $B(4;-2)$ و $C(2;4)$ و $D(-3;9)$ و $E(-8;-6)$.

O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث : $(OI)\perp(OJ)$

نعتبر (D) و (D') مستقيمان متعامدان في O و مدرجان بحيث :

(D) وحدة تدريجه هي OI و (D') وحدة تدريجه هي OJ .



نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

2) – حدد إحداثيتي كلا من النقط : F و M و N منتصفات [AB] و [BD] و [EC] على التوالي.

3) – حدد إحداثيتي كلا من المتجهات : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{BE}$ و $3\overrightarrow{AC}$ و $\frac{2}{5}\overrightarrow{ED}$

و $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{DC}$ و $2\overrightarrow{ED}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

4) – أثبت أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

5) – حدد إحداثيتي R بحيث : $\overrightarrow{BR}=2\overrightarrow{BC}$.

- النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.
- المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل .
- المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب .

b) ملاحظة

إذا كان OI = OJ = 1 نسمي $(O;I;J)$: معلم متعامد ممنظم .

2) إحداثيتا نقطة :

a) مثال

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

ونعتبر النقطة m من المستوى

m1 مسقطها العمودي على محور الأفاصيل وm2 مسقطها العمودي على محور الأراتيب

تمرين2

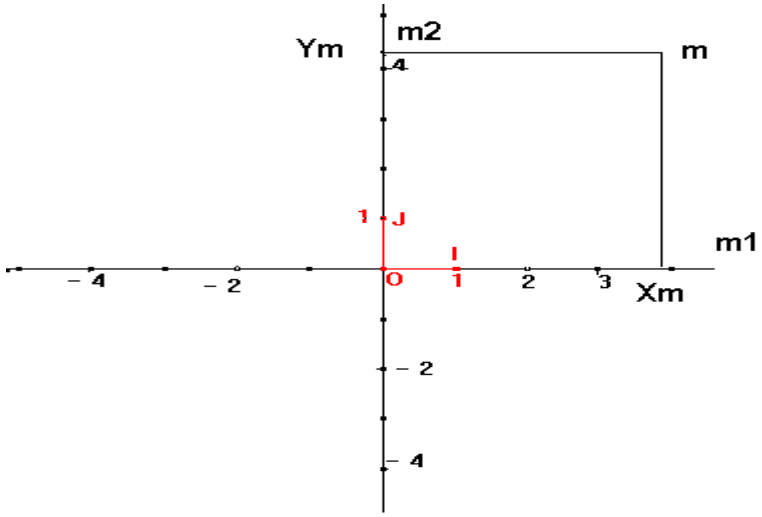
$(O;I;J)$ معلم ممنظم متعامد للمستوى.

1) -أنشئ النقط : $A(3;2)$ و $B(1;-2)$ و $C(-5;1)$.

2) – أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية.

3) – حدد إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة [AB] .

4) – حدد إحداثيتي النقطة F إذا علمت أن C منتصف القطعة [BF] .



نلاحظ أن العدد Xm هو أفصول النقطة m1 على محور الأفاصيل

العدد Ym هو أفصول النقطة m2على محور الأراتيب

نقول : الزوج (Xm ;Ym) يسمى زوج إحداثيتا النقطة m

نكتب m(Xm ;Ym)

يسمى العدد Xmب أفصول النقطة m

العدد Ymب أرتوب النقطة m

تمرين3

$(O;I;J)$ معلم ممنظم متعامد للمستوى.

نعتبر النقط : $A(3;1)$ و $B(-1;-2)$ و $C(0;2)$ و $D(x;y)$.

1) – أنشئ النقط A و B و C .

2) – حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ ثم أحسب المسافة AB .

3) – أحسب x و y بحيث يكون الرباعي ABCDمتوازي الأضلاع.

4) – حدد إحداثيتي O مركز متوازي الأضلاع ABCD .

5) – نعتبر النقطة $K\left(1;-\frac{1}{2}\right)$. أثبت أن K منتصف القطعة [AB] .

b) تعريف :

$(O;I;J)$ معلم متعامد ممنظم منسوب للمستوى

كل نقطة M في المستوى مرتبطة بزوج $(x_M;y_M)$ يسمى زوج إحداثيتي النقطة M .

العدد x_M يسمى : أفصول M و العدد y_M يسمى أرتوب M

نكتب : $M(x_M;y_M)$ أو $M\begin{pmatrix}x_M\\y_M\end{pmatrix}$

c) ملاحظات هامة :

- إذا كان $(O;I;J)$ معلما للمستوى فإن : $O(0;0)$ و $I(1;0)$ و $J(0;1)$.
- إذا كانت M تنتمي إلى (OI) فإن : $M(x_M;0)$.
- إذا كانت M تنتمي إلى (OJ) فإن : $M(0;y_M)$.

d) تمرين محلول

نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم ممنظم متعامد $(O;I;J)$.

لاحظ الشكـل الآتي :

تمرين4

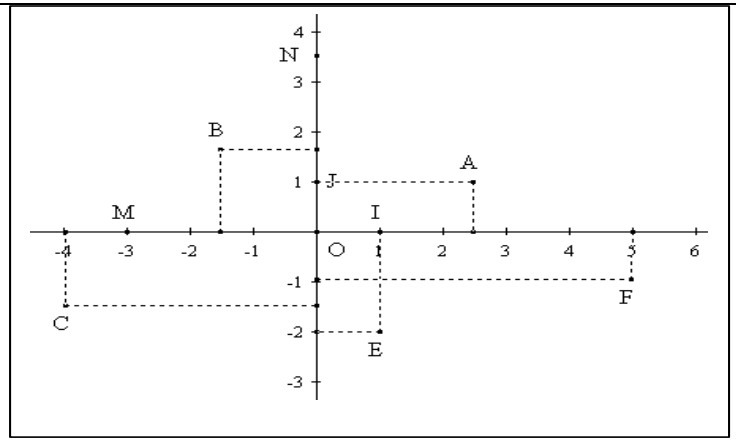
$(O;I;J)$ معلم ممنظم متعامد للمستوى. حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في كل من الحالات الآتية :

$A(1;-3)$ و $B(-2;4)$

$A(0;5)$ و $B(-1;1)$

$A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$ و $B(-5;2)$

$A(-4;-4)$ و $B(4;4)$



1) – حدد إحداثيتي كل من النقط : A و B و C و E و F و M و N .

2) – أنشئ النقط : $A'(-1;3)$ و $B'(4;-2)$ و $C'(0;4)$ و $C'(-2;0)$

تمرين5

نعتبر المستوى منسوبا إلى معلم ممنظم متعامد $(O;I;J)$.

1) – أنشئ النقط : $E(-3;4)$ و $F(1;-2)$ و $M(6;1)$ و $N(2;7)$.

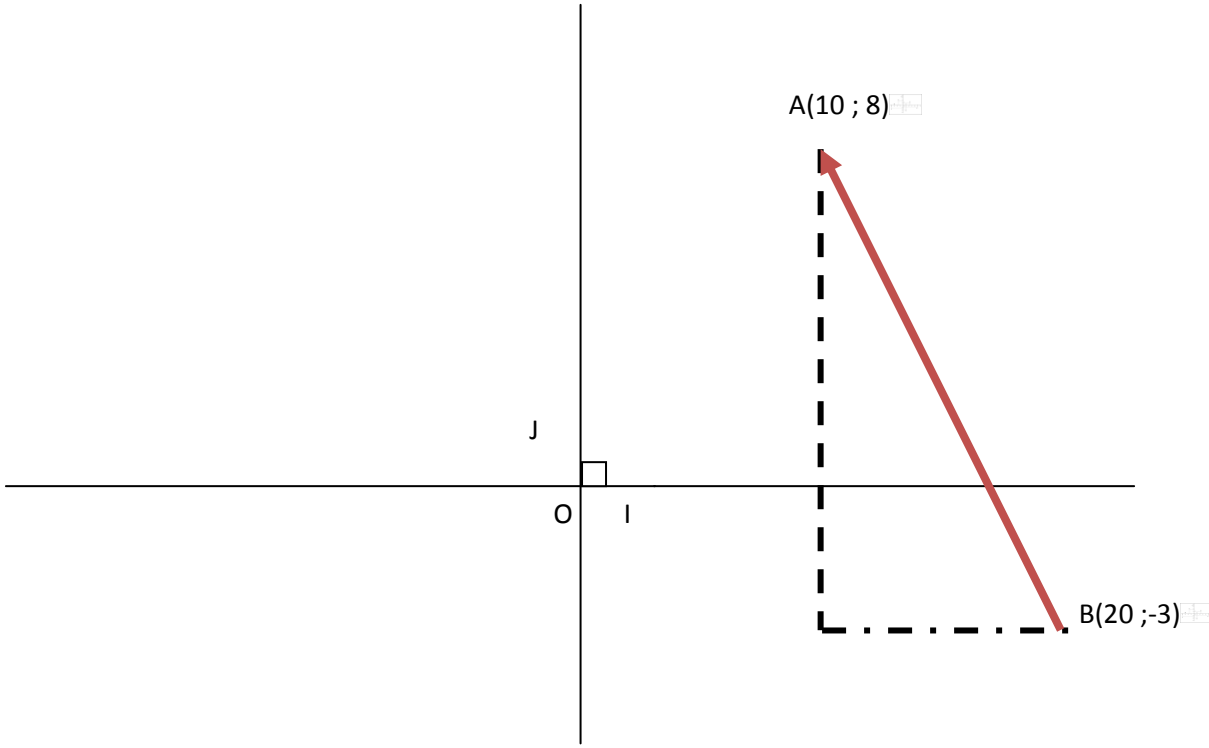
2) – بين أن الرباعي EFMN متوازي الأضلاع .

3) – حدد إحداثيتي النقطة O مركز متوازي الأضلاع EFMN .

II _ إحداثيتا متجهة :

1) مثال

لنعتبر المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O ;I ;J) والشكل التالي :



انطلاقا من النقطة B نتنقل ب10تربيعات نحوى اليسار وب11 تربيعة نحوى الأعلى

نعبر عن هذا التنقل بالزوج (11; 10-)

ونقول : زوج إحداثيتا المتجهة $\overrightarrow{BA}$ هو الزوج (11; 10-)

تمرين6

$(0;I;J)$ معلم متعامد ممنظم للمستوى.

هل النقط A و B و C مستقيمية في الحالات الآتية :

* $\left.\begin{matrix} A(1;2) \\ B(2;-3) \\ C(0;1) \end{matrix}\right\}$

* $\left.\begin{matrix} A(\frac{1}{2};-\frac{1}{3}) \\ B(4;5) \\ C(\frac{-1}{2};4) \end{matrix}\right\}$

* $\left.\begin{matrix} A(-\sqrt{2};-\frac{1}{4}) \\ B(0;4) \\ C(\sqrt{2};\frac{6}{2}) \end{matrix}\right\}$

* $\left.\begin{matrix} A(1,2) \\ B(-1;3) \\ C(-1;1) \end{matrix}\right\}$

ونكتب: $\overrightarrow{BA}(-10;11)$ أو $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-10\\11\end{pmatrix}$

ولدينا حسب الشكل: B(20 ;-3)

A(10 ;8)

نلاحظ أن أفصول A ناقص أفصول B يساوي أفصول $\overrightarrow{BA}$ (10-20= -10)

أرتوب A ناقص أرتوب B يساوي أرتوب $\overrightarrow{BA}$ (8-(-3))=11)

دون اللجوء إلى الشكل يمكن أن نكتب اعتمادا على إحداثيتا كل من A وB : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}10-20\\8-(-3)\end{pmatrix}$

2) – تعريف :

معلم متعامد منسوب للمستوى $(O;I;J)$

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتين فإن :

إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هما : x_B-x_A و y_B-y_A

و نكتب : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

3) تمرين تطبيقي

$A(-2;3)$ و $B(1;-5)$ نقطتان من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

لنحسب إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$

إشارة للحل

تمرين7

$(0;I;J)$ معلم متعامد ممنظم للمستوى.

نعتبر النقط : $A(1;2)$ و $B(2;0)$ و $C(4;5)$ و $D(6;1)$.

1) – حدد العدد الحقيقي a الذي يحقق : $\overrightarrow{CD}=a\overrightarrow{AB}$.

2) – استنتج أن : (AB) // (CD) .

لدينا :

$$\begin{cases} x_B - x_A = 1-(-2) = 1+2 = 3 \\ y_B - y_A = -5-3 = -8 \end{cases}$$

إذن : $\overrightarrow{AB}(3;-8)$.

4) إستنتاج

a) تساوي متجهتين

$(O;I;J)$ معلم متعامد منسوب للمستوى

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان غير منعدمتين

$$\begin{cases} x_B - x_A = x_D - x_C \\ y_B - y_A = y_D - y_C \end{cases}$$ يعني أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

تمرين8

$(0;I;J)$ معلم متعامد ممنظم للمستوى.

1) – أنشئ النقط : $A(-3;-2)$ و $B(4;3)$ و $C(5;-2)$ و $D(-3;2)$ و $E(-4;-3)$.

2) – أحسب إحداثيتي النقطة M إذا علمت أن : $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{O}$.

3) – أحسب إحداثيتي النقطة N إذا علمت أن : $\overrightarrow{NC}+2\overrightarrow{ND}+3\overrightarrow{NE}=\vec{O}$.

4) – حدد إحداثيتي كل من P و Q و R منتصفات : [AB] و [CD] و [EA] على التوالي.

b)إحداثيتا منتصف قطعة :

معلم متعامد منسوب للمستوى $(O;I;J)$

إذاكانت M منتصف قطعة [AB] فإن : $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}$ و $y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$

c)إحداثيتا مجموع متجهتين :

معلم متعامد منسوب للمستوى $(O;I;J)$

$\overrightarrow{AB}(a;b)$ و $\overrightarrow{CD}(c;d)$ متجهتان غير منعدمتين

إحداثيتا المتجهة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ هما : $a+c$ و $b+d$

ونكتب : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}(a+c\,;b+d)$

تمرين9

$(0;I;J)$ معلم متعامد ممنظم للمستوى.

1) – أنشئ النقط : $A(-2;1)$ و $B(-4;3)$ و $C(1;3)$ و $M(5;-1)$.

2) – أحسب إحداثيتي كلا من المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CM}$ ثم أحسب المسافة AB .

3) – حدد إحداثيتي D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .

4) – حدد إحداثيتي النقطة I مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

5) – بين أن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CM}$ مستقيميتان.

6) – نعتبر النقطة $E(5;x)$. أحسب x إذا علمت أن المستقيم (AB) يوازي المستقيم (EC) .

d)إحداثيتا جداء متجهة في عدد حقيقي :

معلم متعامد منسوب للمستوى $(O;I;J)$

$\overrightarrow{AB}(a;b)$ و k عدد حقيقي غير منعدم

إحداثيتا المتجهة $k.\overrightarrow{AB}$ هما : $k.a$ و $k.b$

ونكتب : $k.\overrightarrow{AB}(k.a\,;k.b)$

تمرين10

$(0;I;J)$ معلم ممنظم متعامد للمستوى.

1) – أنشئ النقط : $E(-6;3)$ و $F(2;7)$ و $G(-3:-3)$.

2) – أثبت أن المثلث EFG قائم الزاوية.

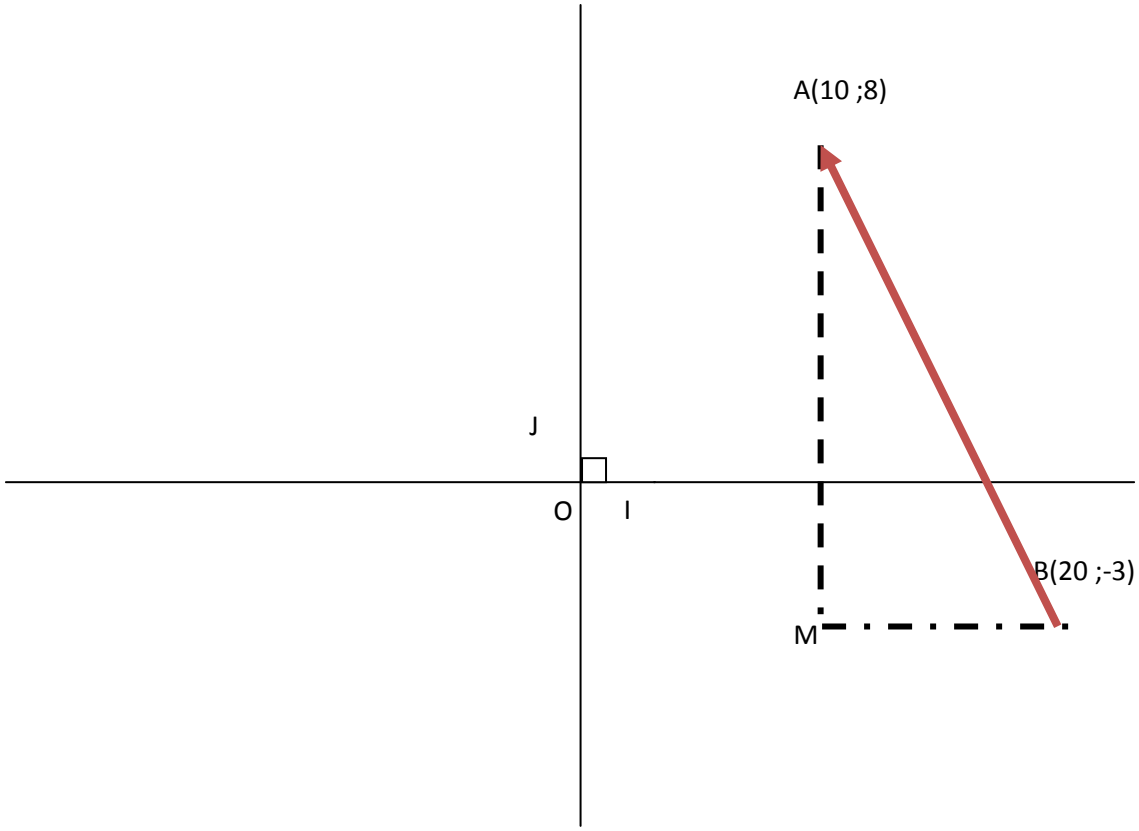
3) – نضـع $E\hat{F}G=\alpha$. أحسب :

$\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$

III) المسافة بين نقطتين :

1 - مثال

لنعتبر المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (J; I; O) والنقط A(10 ;8) ؛B(20 ;-3) وM



من خلال الشكل نلاحظ أن : AM=11 وBM=10

فلنحسب AB أي BA

تمرين11

$(0;I;J)$ معلم ممنظم متعامد للمستوى.

1) – أنشئ النقط :

$A(2;1)$;; $B(0;4)$;; $C(-1;3)$;;
$E(2;2)$;; $F(-7;-4)$;; $G(0;5)$.

2) – حدد إحداثيتي D بحيث يكون ABCD متوازي الأضلاع.

3) – المستقيم المار من D و الموازي للمستقيم (AC) يقطع المستقيم (AB) في النقطة M . حدد إحداثيتي M .

4) – حدد إحداثيتي النقطة N مماثلة النقطة B بالنسبة للنقطة C .

5) – بين أن النقط : M و D و N مستقيمية.

6) – بين أن المثلث EFG قائم الزاوية.

7) – حدد إحداثيتي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EFG .

لدينا ABM مثلث قائم الزاوية في M

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة نجد: $AB^2=BM^2+AM^2$

أي $AB^2=10^2+11^2$

وبالتالي $AB=\sqrt{10^2+11^2}$

أي $AB=\sqrt{(20-10)^2+(8-(-3))^2}$

2) قاعدة :

في معلم متعامد ممنظم

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فإن :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

3)تمرين تطبيقي

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$ نعتبر النقطتين $A(-1;3)$ و $B(3,2)$.

أحسب كل من AB وIA وJB