

**عنوان العرس : الدالة الخطية الدالة التألفية**  
**المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي**  
**مدة الإنجاز : 14 ساعة**  
**من إعداد وتقديم : د. المصطفى ترشيش**



توجيهات تربوية	القدرات المنتظرة	المكتسبات القبلية
<p>الإعتماد على دراسة وضعيات في التناسب تعرض لها التلاميذ في الأقسام السابقة لتحديد معامل التناسب وإبراز علاقة خطية بين متغيرين ثم تقديم الدالة الخطية.</p> <p>إدخال الكتابة : <math>x \rightarrow ax</math></p> <p>تناول بعض المفردات الخاصة بالدوال.</p> <p>يمكن أن نلاحظ تغيرات <math>x</math> و <math>y</math> والتذكير بالنتيجة :</p> $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = a$ <p>عند دراسة معادلة مستقيم .</p> <p>يجب توظيف الدالة التألفية في حل مسائل متنوعة.</p> <p>اقترح أمثلة يكون فيها التمثيل المبياني ليس مستقيما (علاقة مساحة شكل مربع بضلع متغير)</p> <p>عدم الإفراط في تحديد صيغة دالة خطية أو تألفية انطلاقا من إعطاء أعداد وصورها أو نقطتين من تمثيلها.</p>	<p>التعرف على وضعية تناسبية وترجمتها إلى الصيغة:</p> $f(x) = ax$ <p>تحديد صورة عدد بدالة خطية.</p> <p>إنشاء التمثيل المبياني لدالة خطية.</p> <p>تحديد صورة عدد بدالة خطية من خلال تمثيلها المبياني.</p> <p>تحديد عدد صورته معلومة من خلال التمثيل المبياني لدالة خطية.</p> <p>تحديد صيغة دالة خطية انطلاقا من عدد غير منعدم وصورته.</p> <p>تحديد صيغة دالة خطية انطلاقا من نقطة مخالفة لأصل المعلم من تمثيلها المبياني.</p> <p>قراءة التمثيل المبياني لدالة خطية.</p> <p>تحديد صورة عدد بدالة تألفية.</p> <p>ترجمة وضعية إلى الصيغة</p> $f(x) = ax + b$ <p>إنشاء التمثيل المبياني لدالة تألفية.</p> <p>تحديد صورة عدد بدالة تألفية من خلال تمثيلها المبياني.</p> <p>تحديد عدد صورته معلومة من خلال التمثيل المبياني لدالة تألفية.</p> <p>تحديد صيغة دالة تألفية انطلاقا من نقطتين مختلفتين من تمثيلها المبياني.</p> <p>قراءة التمثيل المبياني لدالة تألفية.</p> <p>توظيف للدالة التألفية في حل مسائل</p>	<p>التناسب</p> <p>المعادلات</p> <p>الدالة الخطية</p> <p>المعلم في المستوى</p> <p>تمثيل نقطة معرفة بإحداثياتها</p>

سير الدرس ( أنشطة تمهيدية ) + المحتوى ( ملخص الدرس )

تمارين تقويمية و منزلية

1\_ الدالة الخطية :

مدخل:

لنعتبر الجدول التالي:

-7	1	2	-3,5	4	5	6	7	9	-2	13	14	15	16	17	18	...	x
-21	3	6	-10.5	12	15	18	21	27	-6	39	42	45	48	51	54	...	y

نلاحظ أن أعداد السطر الأول متناسبة مع أعداد السطر الثاني حيث معامل التناسب هو 3

إذن  $Y=3x$

نقول العلاقة التي تربط أعداد السطر الأول بأعداد السطر الثاني تسمى دالة خطية ونرمز لها بالرمز : f أو g أو h أو ...

ونكتب :  $f(x) = 3x$  وتقرأ هذه المتساوية : العدد  $3x$  هو صورة العدد  $x$  بالدالة الخطية  $f$

ويسمى العدد 3 بمعامل الدالة الخطية  $f$

تمرين 1

نعتبر  $f$  دالة خطية بحيث :  $f(x) = \frac{1}{2}x$ .

(1) - أحسب :  $f(0)$  ;  $f(1,5)$  ;

$f(-\sqrt{2})$ .

(2) - أنشئ التمثيل المبياني للدالة  $f$  في المستوى

المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O;I;J)$ .

تمرين 2

حدد معامل الدالة الخطية  $h$  في كل حالة من الحالات

الآتية :

$$\text{;; } h\left(-\frac{1}{2}\right) = 3 \quad \text{;; } h(0) = 0$$

$$h(5) = -\frac{2}{3}$$

$$;; h(-1) = -\sqrt{3} \quad ;; h(\sqrt{2}) = 1$$

$$h(7) = \frac{1}{7}$$

تمرين 3

نعتبر  $f$  دالة خطية معاملها  $\frac{2}{3}$ .

(1) - أحسب :  $f(-5)$  و  $f(3)$  و  $f(0)$  و  $f\left(\frac{2}{4}\right)$ .

(2) - عرف  $f$  ثم أنشئ (D) تمثيلها المبياني في المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; I; J)$ .

(1) - تعريف :

$a$  عدد حقيقي معلوم

العلاقة  $f$  التي تربط كل عدد حقيقي  $x$  بالعدد الحقيقي  $ax$

تسمى دالة خطية معاملها  $a$

و نكتب :

$$f(x) = ax \quad \text{أو} \quad f : x \rightarrow ax$$

العدد  $ax$  يسمى صورة  $x$  بالدالة الخطية  $f$

(2) - أمثلة :

$f$  و  $g$  و  $h$  دوال معرفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{x}{3} \quad \text{و} \quad g(x) = 0x \quad \text{و} \quad h(x) = -\sqrt{5}x$$

إذن :

--  $f$  دالة خطية معاملها العدد  $\frac{1}{3}$ .

--  $g$  دالة خطية معاملها العدد  $0$ .

--  $h$  دالة خطية معاملها العدد  $-\sqrt{5}$ .

### (3) - خاصية:

مدخل 

لتكن  $f$  دالة خطية .  $m$  عدد حقيقي مختلف عن صفر

إذن  $f(x)=ax$

وبالتالي  $f(m)=am$

إذن

$$\frac{f(m)}{m} = \frac{am}{m} = a$$

وحيث  $a$  هو معامل الدالة الخطية  $f$

فإن البحث عنه سيتطلب المراحل التي مررنا بها

خاصية 

إذا كانت  $f$  دالة خطية و  $m$  عدد حقيقي غير منعدم فإن :

$$\frac{f(m)}{m} : \text{معامل الدالة } f \text{ هو العدد الحقيقي}$$

### تمرين 4

دالة خطية معرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{2}{3}x$

أثبت أن :  $f(x+y) = f(x) + f(y)$

✚ تمرين تطبيقي :

$f(-5) = \frac{2}{3}$  : دالة خطية بحيث

حدد معامل الدالة  $f$  ثم حدد  $f(x)$  .

الحل :

لدينا :

$f$  دالة خطية إذن :  $f(x) = ax$  ومعاملها هو العدد الحقيقي :

$$. a = \frac{f(-5)}{-5} = \frac{\frac{2}{3}}{-5} = \frac{2}{3} \times \frac{-5}{1} = \frac{-10}{3}$$

$$. f(x) = \frac{-10}{3}x \quad : \text{ ومنه فإن}$$

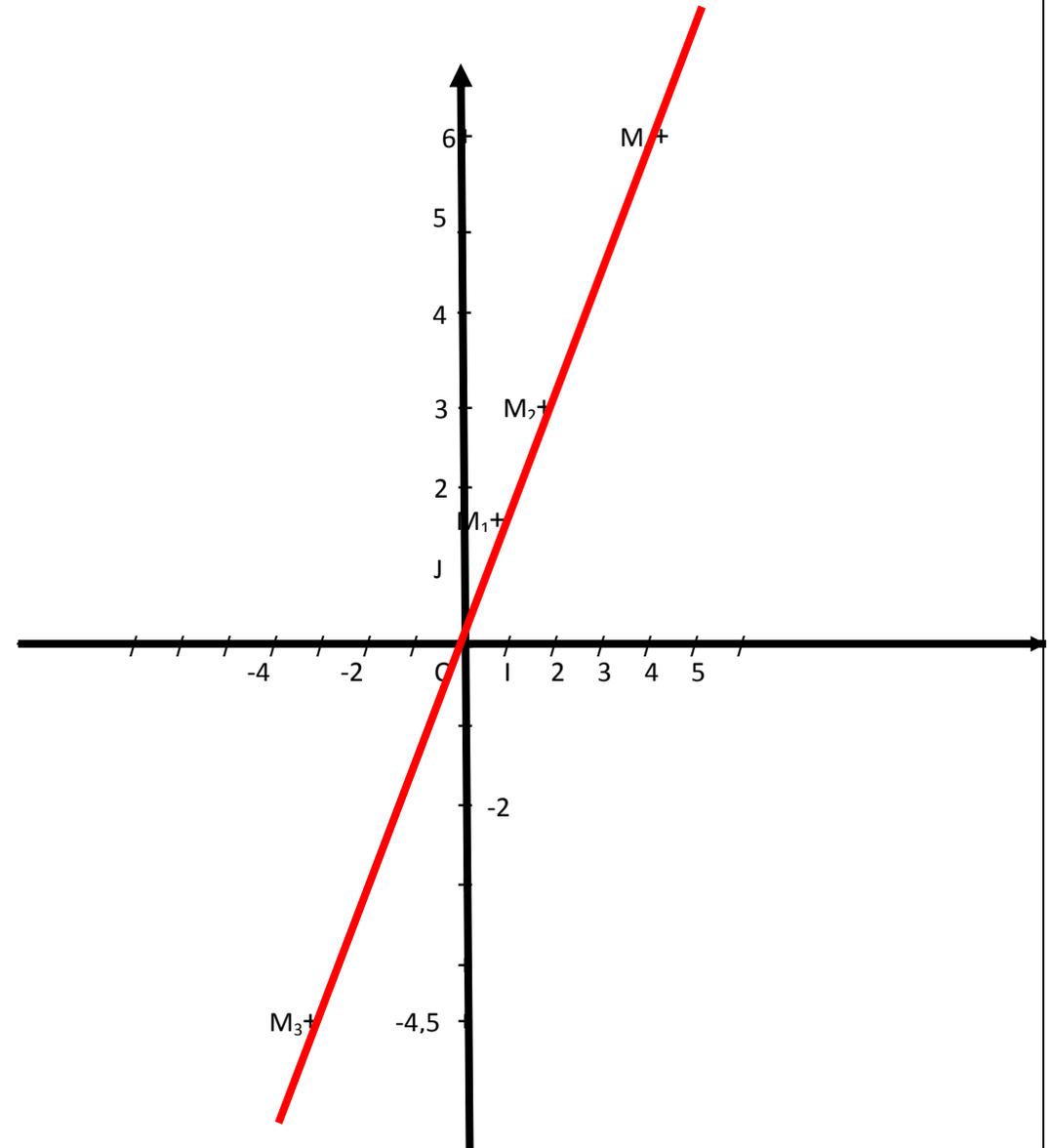
(4) - التمثيل المبياني لدالة خطية :

لنعتبر المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(I; J)$  . ولتكن الدالة الخطية  $f$  حيث:  $f(x) = 1,5x$  وتكن  $M(x; f(x))$  نقطة ما في المستوى ، وكلما تغير مكان  $M$  في المستوى فإن زوج إحداثياتها سيتغير وهذا جدول توضيحي:

x	1	2	0	-3	4	a
f(x)	1,5	3	0	-4,5	6	1,5a
$M(x; f(x))$	$M_1(1; 1,5)$	$M_2(2; 3)$	$O(0; 0)$	$M_3(-3; -4,5)$	$M_4(4; 6)$	$M_n(a; 1,5a)$

لننشئ النقط الواردة في الجدول ، ثم فلنتنظن موقع جميع النقط الممكنة الغير الواردة في الجدول .

الشكل الهندسي:



نلاحظ أن جميع النقط الواردة في الجدول نقط مستقيمة ، وبالتالي يمكننا أن نتضمن أن جميع النقط الأخرى الممكن تحديدها ستقع على نفس المستقيم الذي يحتوي على النقط الأولى.  $(O;M_1;M_2;M_3;M_4)$

نقول : هذا المستقيم يسمى بالتمثيل المبياني للدالة الخطية  $f$  ونرمز له بالرمز  $(C_f)$

تعريف :

$(O;I;J)$  معلم متعامد ممنظم منسوب للمستوى

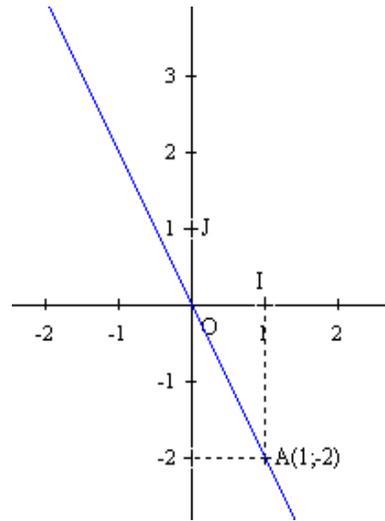
التمثيل المبياني لدالة خطية هو مستقيم يمر من أصل المعلم  $O$ .

تمرين تطبيقي :

$f$  دالة خطية معرفة كما يلي :  $f(x) = -2x$

لننشئ التمثيل المبياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O;I;J)$ .

الحل



$x$	1
$f(x)$	-2
A	(1;-2)

لنضع الجدول التالي

إذن التمثيل المبياني للدالة  $f$  هو المستقيم المار من  $O$  و من النقطة  $A(1;-2)$ .

\* / ملاحظة هامة :

-- إذا كانت  $M(x;y)$  نقطة تنتمي إلى التمثيل المبياني

لدالة خطية  $f$  فإن :  $f(x) = y$  .

-- إذا كانت M نقطة تنتمي إلى التمثيل المبياني لدالة خطية f فإن :

$$. M(x;f(x))$$

## II \_ الدالة التآلفية

مدخل

لنعتبر الجدول التالي:

-7	1	2	-3,5	4	5	6	7	9	-2	13	14	15	16	17	18	...	x
-13	3	5	-6	9	11	13	15	19	-3	27	29	31	33	35	37	...	y

نلاحظ أن أعداد السطر الأول غير متناسبة مع أعداد السطر الثاني

$$\text{إذن } y=2x+1$$

نقول العلاقة التي تربط أعداد السطر الأول بأعداد السطر الثاني تسمى دالة تآلفية ونرمز لها بالرمز f أو h أو ...

ونكتب :  $f(x) = 2x+1$  وتقرأ هذه المتساوية : العدد  $2x+1$  هو صورة العدد x بالدالة التآلفية f

ويسمى العدد 2 بمعامل الدالة التآلفية f

### تمرين 5

f دالة خطية و g دالة تآلفية بحيث :

$$g(x)=f(x)-1 \text{ و } f(x)=-3x$$

(1) - أكتب  $g(x)$  بدلالة x .

(2) - أحسب :  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$  و  $g\left(\frac{3}{2}\right)$  .

(3) - أنشئ التمثيلين المبيانيين لكل من f و g على

نفس المعلم المتعامد الممنظم (O;I;J) .

## (1) تعريف :

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان معلومان .

العلاقة  $f$  التي تربط كل عدد حقيقي  $x$  بالعدد الحقيقي  $ax + b$

تسمى دالة تآلفية معاملها  $a$  و نكتب :

$$f(x) = ax + b \quad \text{أو} \quad f : x \rightarrow ax + b$$

العدد  $ax + b$  يسمى صورة  $x$  بالدالة الخطية  $f$

## (2) أمثلة :

$f$  و  $g$  دالتان معرفتان كما يلي :

$$f(x) = -\frac{x}{7} + 11 \quad \text{و} \quad g(x) = 5$$

-- دالة تآلفية معاملها  $-\frac{1}{7}$  .

-- دالة تآلفية معاملها 0 .

## (3) - خاصية :

مدخل 

لتكن  $f$  دالة تآلفية .  $m$  و  $n$  عدنان حقيقيان مختلفان يخالفان صفر

إذن  $f(x) = ax + b$

## تمرين 6

نعتبر المستوى منسوباً إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; I; J)$ .

نقط من  $A(2;3)$  و  $B(-1;2)$  و  $C(-3;-1)$  المستوي.

(1) - عرف الدالة التآلفية  $f$  التي تمثلها المبياني يمر من  $A(2;3)$  و  $B(-1;2)$ .

(2) - عرف الدالة التآلفية  $g$  التي تمثلها المبياني يمر من  $B(-1;2)$  و  $C(-3;-1)$ .

(3) - عرف الدالة التآلفية  $h$  التي تمثلها المبياني يمر من  $A(2;3)$  و  $C(-3;-1)$ .

(4) - أنشئ على نفس المعلم التمثيل المبياني لكل من الدوال  $f$  و  $g$  و  $h$ .

وبالتالي  $f(n)=an+b$  و  $f(m)=am+b$

إذن

$$\frac{f(m)-f(n)}{m-n} = \frac{(am+b)-(an+b)}{m-n} = \frac{am+b-an-b}{m-n} = \frac{am-an}{m-n} = \frac{a(m-n)}{(m-n)} = a$$

وحيث  $a$  هو معامل الدالة التآلفية  $f$

فإن البحث عنه سيتطلب المراحل التي مررنا بها

خاصية ✚

إذا كانت  $f$  دالة تآلفية .  $m, n$  عدنان حقيقيان مختلفان غير منعدمين  
فإن :

$$\frac{f(m)-f(n)}{m-n} : \text{معامل الدالة } f \text{ هو العدد الحقيقي}$$

### تمرين 7

نعتبر المستوى منسوباً إلى معلم متعامد ممنظم  
( $O;I;J$ ).

لتكن  $f$  دالة تآلفية بحيث :  $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ .

أنشئ النقط :  $A(-2;f(0))$  و

$B(f(-2);4)$  و  $C\left(f(-5);f\left(\frac{3}{2}\right)\right)$ .

### تمرين 8

$f$  دالة تآلفية و ( $\Delta$ ) التمثيل المبياني لها بحيث :

$$f(x) = ax + b$$

لتكن  $M(-2;3)$  و  $N(5;-4)$  نقطتين من ( $\Delta$ ).

(1) - أثبت أن :  $a = -1$  .

(2) - عرف الدالة  $f$  .

(3) - أنشئ التمثيل المبياني للدالة  $f$  .

### تمرين 9

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين تآلفيتين معرفتين كما يلي :

$$g(x) = 2x + 2 \quad \text{و} \quad f(x) = 2x - 1$$

(1) - أنشئ  $(D)$  و  $(\Delta)$  التمثيلين المبيانيين لكل

من  $f$  و  $g$  على التوالي في المستوى المنسوب إلى

معلم متعامد منظم  $(O; I; J)$  .

(2) - حل مبيانيا ثم جبريا المعادلة :

$$f(x) = g(x)$$

(3) - حل مبيانيا المترابحة :  $f(x) \leq g(x)$  .

### تمرين تطبيقي :

$f$  دالة تآلفية بحيث :  $f(2) = 2$  و  $f(-1) = -3$

حدد معامل الدالة  $f$  ثم حدد  $f(x)$  .

### الحل :

لدينا  $f$  دالة تآلفية إذن :  $f(x) = ax + b$  و معاملها هو العدد الحقيقي :

$$a = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{2 - (-3)}{2 - (-1)} = \frac{2 + 3}{2 + 1} = \frac{5}{3}$$

و منه فإن :  $f(x) = \frac{5}{2}x + b$

لنحسب العدد الحقيقي  $b$  .

$f(-1) = -3$  يعني أن :

$$\frac{5}{2}(-1) + b = -3$$

$$-5 + 2b = -6$$

$$2b = -6 + 5$$

$$2b = -1$$

$$b = \frac{-1}{2}$$

وبالتالي فإن :  $f(x) = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$ .

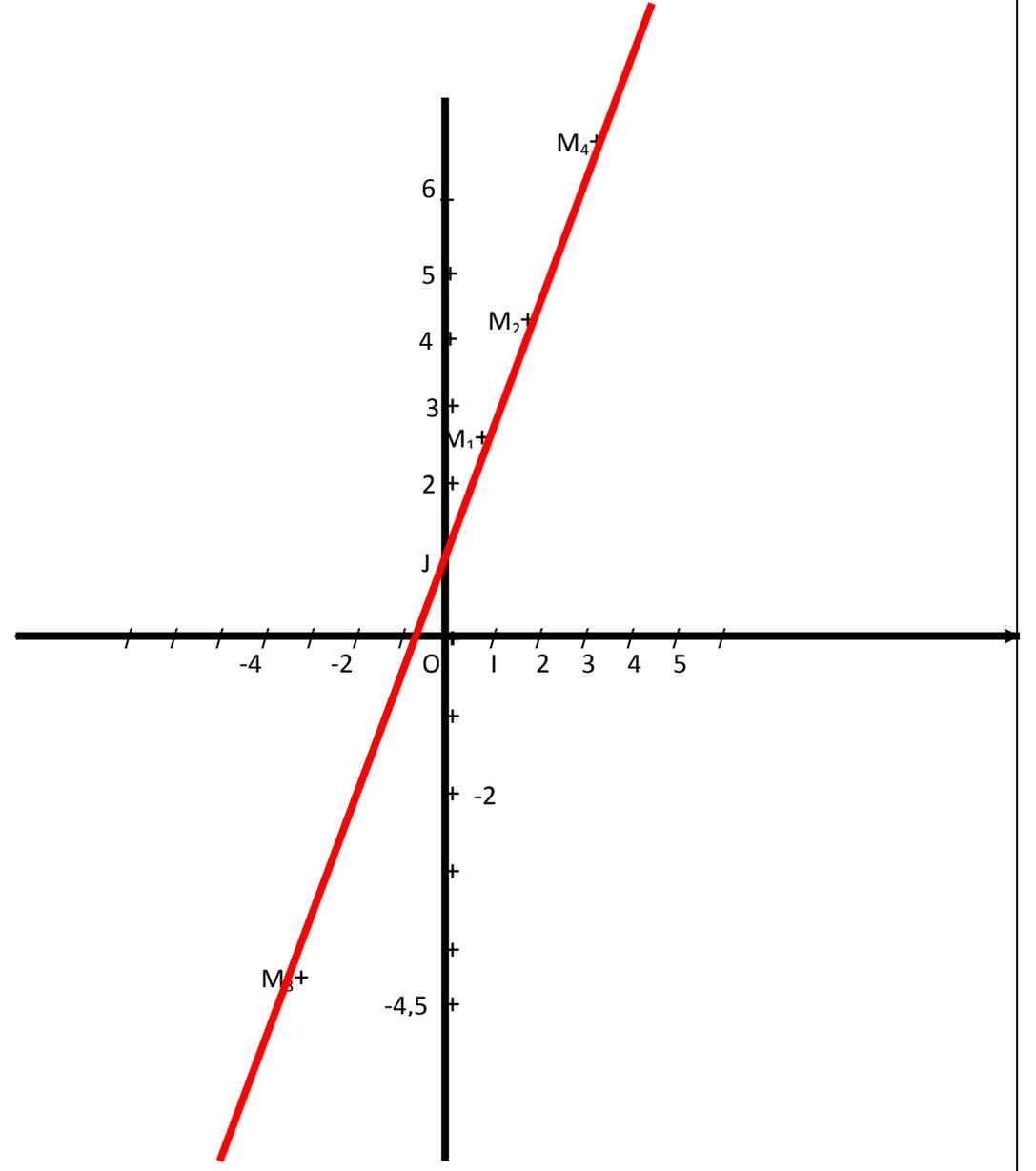
#### (4) - التمثيل المبياني لدالة تآلفية :

مدخل 

لنعتبر المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(J; i, j)$  . ولتكن الدالة التآلفية  $f$  حيث:  $f(x) = 1,5x + 1$  ولتكن نقطة ما في المستوى ، وكلما تغير مكان  $M$  في المستوى فإن زوج إحداثياتها سيتغير وهذا جدول توضيحي:

x	1	2	0	-3	4	a
f(x)	2,5	4	1	-3,5	7	1,5a+1
M(x ;f(x))	M <sub>1</sub> (1 ;2,5)	M <sub>2</sub> (2 ;4)	J(0 ;1)	M <sub>3</sub> (-3 ;-3,5)	M <sub>4</sub> (4 ;7)	M <sub>n</sub> (a ;1,5a+1)

لننشئ النقط الواردة في الجدول ، ثم فلنتضمن موقع جميع النقط الممكنة الغير الواردة في الجدول .



نلاحظ أن جميع النقاط الواردة في الجدول نقط مستقيمة ، وبالتالي يمكننا أن نتضمن أن جميع النقاط الأخرى الممكن تحديدها ستقع على نفس المستقيم الذي يحتوي على النقاط الأولى.  $(M_1;M_2;M_3;M_4)$

نقول : هذا المستقيم يسمى بالتمثيل المبياني للدالة التآلفية  $f$  ونرمز له بالرمز  $(C_f)$

 تعريف :

$(O;I;J)$  معلم متعامد ممنظم منسوب للمستوى

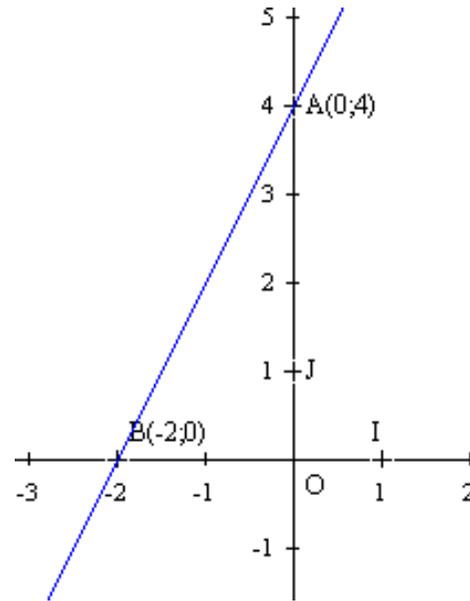
التمثيل المبياني لدالة تآلفية هو مستقيم يمر من نقطتين مختلفتين

$A(m;f(m))$  و  $B(n;f(n))$

 تمرين تطبيقي :

دالة التآلفية بحيث :  $f(x) = 2x + 4$

لننشئ التمثيل المبياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O;I;J)$



لنضع الجدول التالي

$x$	0	-2
$f(x)$	4	0
	A(0;4)	B(-2;0)

إذن التمثيل المبياني للدالة التآلفية  $f$  هو المستقيم (AB) بحيث :

$$B(-2;0) \text{ و } A(0;4)$$

(5) - حالة خاصة :

$a$  عدد حقيقي معلوم

الدالة  $f$  المعرفة كما يلي :  $f(x) = a$  تسمى دالة تآلفية معاملها 0  
و تمثيلها المبياني هو المستقيم المار من النقطة  $A(0;a)$  و الموازي لمحور الأفاصيل

\* / مثال :

لننشئ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O;I;J)$  ، الدالة التآلفية  $f$

بحيث :

$$f(x) = -2$$

